ANALYSIS

Symmetrie von Schaubildern

Analysis Klasse 11 und 12

Symmetrie

Datei Nr. 41 211

Stand: 24. Februar 2009

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

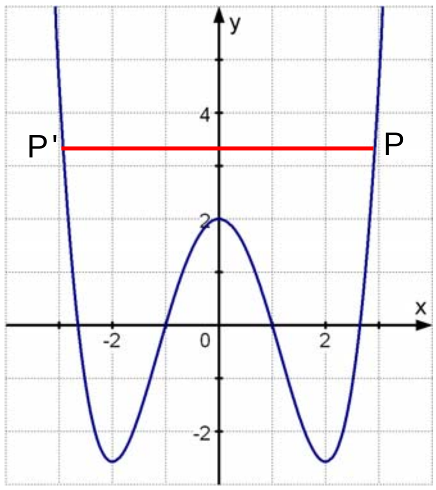
www.mathe-cd.de

Inhalt

§ 1 Die einfachen Symmetriearten

Unter diesem unmathematischen Begriff verstehe ich die Symmetrie einer Kurve zur y-Achse bzw. zum Ursprung. Doch zunächst eine gute Definition:

Eine Kurve heißt symmetrisch zu einer Geraden bzw. einem Punkt Z, wenn diese Kurve durch Spiegelung an dieser Geraden bzw. diesem Punkt auf sich selbst abgebildet wird, d.h. Kurve und Bildkurve sind identisch.



Betrachten wir also einen Punkt P (x I y), der auf dem Schaubild K einer Funktion f liegt, dann berechnet man seine y-Koordinate mit Hilfe der Funktion: y = f(x), d.h. der Punkt hat dann die Koordinaten P (x I f(x)). Nun spiegeln wir diesen Punkt an der y-Achse und erhalten den Bildpunkt P‘ . Seine Koordinaten können wir vorhersagen: Aus x wird bei der Spiegelung – x , die y-Koordinate verändert sich jedoch nicht, weil üblicherweise senkrecht zur y-Achse gespiegelt wird: P‘ (- x I f(x)).

Liegt nun wie in der Abbildung eine zur y-Achse symmetrische Kurve vor, dann liegt der Bildpunkt P‘ auch wieder auf K. Daher können wir seine y-Koordinate andererseits selbst wieder mittels f berechnen: $y' = f(-x)$. Also folgt: $f(-x) = f(x)$.
Wir haben nun gezeigt, daß durch Spiegelung einer symmetrischen Kurve diese Gleichung entsteht.

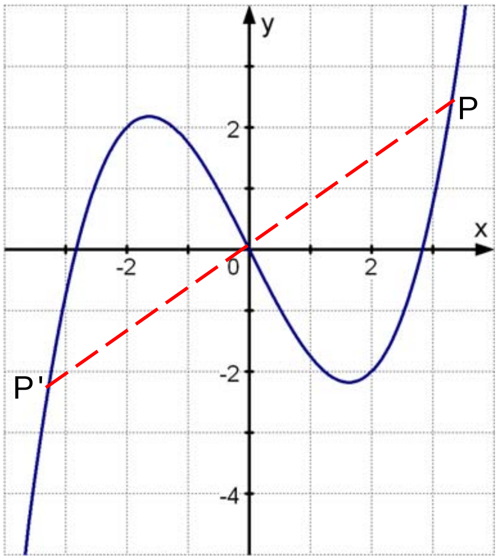
Wenn für alle $x \in D$ gilt: $f(-x) = f(x)$,
dann ist das Schaubild der Funktion f symmetrisch zur y-Achse

Dasselbe gilt natürlich umgekehrt:

Beispiel 1*:* $f(x) = \frac{2}{7}x^4 - \frac{16}{7}x^2 + 2$
Das Schaubild ist in der Abbildung oben zu sehen.
Wir überprüfen: $f(-x) = \frac{2}{7}(-x)^4 - \frac{16}{7}(-x)^2 + 2 = \frac{2}{7}x^4 - \frac{16}{7}x^2 + 2 = f(x)$
Die Bedingung ist also erfüllt, und die auf der Abbildung erkennbare Symmetrie ist bewiesen.
Der Grund für die Achsensymmetrie ist hier schnell festgestellt:

Wenn eine ganzrationale Funktion nur Exponenten mit ***geraden Zahlen*** hat, dann ist das Schaubild dieser Funktion symmetrisch zur y-Achse.

Die zweite „einfache" Symmetrieart entsteht durch Spiegelung einer Kurve am Ursprung:



Usw.